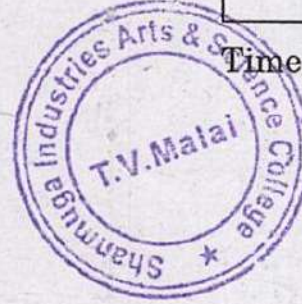


APRIL/MAY 2024

23UMA12 — DIFFERENTIAL CALCULUS



Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Find the n^{th} derivative of $\frac{1}{x}$.

$\frac{1}{x}$ இன் n -ஆவது வகைக்கெழுவை கண்டறியவும்.

2. Find the n^{th} derivative of x^n .

x^n இன் n -ஆவது வகைக்கெழுவை கண்டறியவும்.

3. If $f(x) = xe^x$ then find $f'(x)$.

$f(x) = xe^x$ எனில் $f'(x)$ ஐ காண்க.

4. If $g(x) = xe^x \operatorname{cosec} x$ then find $g'(x)$.

$g(x) = xe^x \operatorname{cosec} x$ எனில் $g'(x)$ ஐ காண்க.

5. What is the condition for the function $f(x,y)$ has a minimum value?

$f(x,y)$ செயல்பாடு குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிபந்தனை என்ன?

6. Find $\frac{du}{dt}$ if $u = x^3y^4$, where $x = t^3$, $y = t^2$.

$u = x^3y^4$, $x = t^3$, $y = t^2$ எனில் $\frac{du}{dt}$ ஐ காண்க.

7. Define Envelope.

வரையறு : உறை.

8. Find the envelope of the family of straight lines

$y = mx + \left(\frac{1}{m}\right)$ where 'm' is the parameter.

$y = mx + \left(\frac{1}{m}\right)$ என்ற நேர்கோடுகளின் குடும்பத்தின்

உறையை காண்க. இதில் 'm' என்பது அளவுரு.

9. What is the curvature of $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ at $(1,1)$.

$x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$, $(1,1)$ இல் உள்ள வளைவு என்ன?

10. Write the Cartesian formula for radius of curvature.

வளைவின் ஆரத்திற்கான கார்டீசியன் சூத்திரத்தை எழுதவும்.

18. Solve $(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$.

தீர்க்கவும் : $(mz - ny)p + (nx - lz)q = ly - mx$.

19. Find the envelope of the family of ellipses

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ where } a + b = c.$$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a + b = c$ என்ற நீள்வட்ட குடும்பத்தின் உறையை கண்டறிக.

20. Find the equation of the evolute of the curve

$$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}.$$

$x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ என்ற வளைவின் பரிமாணத்தின் சமன்பாட்டைக் கண்டறிக.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the 4th order derivative of the function $y = x \sin hx$.

$y = x \sin hx$ என்ற செயல்பாட்டின் 4 வது வரிசை வகைக்கெழுவை காண்க.

Or

(b) Form a partial differential equation from $z = ax^n + by^n$.

$z = ax^n + by^n$ -இலிருந்து ஒரு பகுதி வேறுபாடு சமன்பாட்டை உருவாக்கவும்.

12. (a) If $x^2 + y^2 = a^2$, find $\frac{dy}{dx}$. Also find equation of the tangent to the circle at (3, 4).

$x^2 + y^2 = a^2$ என்றால் $\frac{dy}{dx}$ -ஐ காண்க. மேலும் (3, 4) இல் உள்ள வட்டத்தின் தொடுகோடு சமன்பாட்டைக் கண்டறியவும்.

Or

(b) If $e^{\frac{x}{y}} = x - y$ then $\frac{dy}{dx}$.

$e^{\frac{x}{y}} = x - y$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ ஐ காண்க.

13. (a) Find the maxima and minima of $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$.

$f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 2x + y$ என்ற செயல்பாட்டின் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் காண்க.

Or

- (b) Find the maxima and minima $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$.

$f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 20$ என்ற செயல்பாட்டின் அதிகபட்ச மற்றும் குறைந்தபட்ச மதிப்பைக் காண்க.

14. (a) Find the envelop of $y = mx + 2am - am^3$, 'm' is the parameter.

$y = mx + 2am - am^3$ இன் உறையைக் கண்டுபிடி. இதில் 'm' என்பது அளவுரு.

Or

- (b) Find the envelope of $tx^3 + t^2y = a$, the parameter being 't'.

$tx^3 + t^2y = a$ -இன் உறையைக் கண்டுபிடி. இதில் 't' என்பது அளவுரு.

15. (a) Find the centre of curvature of curve $y = 3x^3 + 2x^2 - 3$ at $(0, -3)$.

$y = 3x^3 + 2x^2 - 3$ இல் $(0, -3)$ என்ற புள்ளியில் வளைவின் வளைவு மையத்தைக் காண்க.

Or

- (b) Find the equation of the circle of curvature of the parabola $y^2 = 12x$ at the point $(3, 6)$.

$y^2 = 12x$ இல் என்ற $(3, 6)$ புள்ளியில் பரவளையத்தின் வளைவு வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. Find the 2nd derivative of the product of the functions x^2 and $\tan x$ using Leibniz Rule.

லீப்னீஸ் விதியைப் பயன்படுத்தி x^2 மற்றும் $\tan x$ என்ற பெருக்கல் செயல்பாடுகளின் 2வது வகைக்கெழுவை காண்க.

17. $f(x) = \frac{x^2}{1+2+x}$ then find $f'(x)$, and $f''(x)$.

$f(x) = \frac{x^2}{1+2+x}$ எனில் $f'(x)$ மற்றும் $f''(x)$ -ஐ காண்க.